

Verdopplung und Halbwertszeit

MATHEMATIK • EXPONENTIALFUNKTIONEN • HANDOUT UND ÜBUNG

Manche Dinge verdoppeln sich regelmäßig, andere halbieren sich. Die Zeit für einen Schritt heißt **Verdopplungszeit** oder **Halbwertszeit**.

1 DIE FUNKTION $y = a \cdot b^{t/T}$

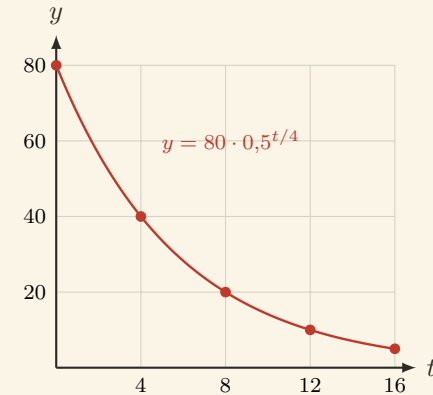
VERDOPPLUNG UND HALBWERTSZEIT

$$y = a \cdot b^{t/T}$$

a ist der **Startwert**. T ist die **Zeit für einen Schritt**.

Der Exponent t/T zählt, wie viele Schritte schon vorbei sind.

Verdopplung: $b = 2$. **Halbwertszeit:** $b = \frac{1}{2}$.



BEISPIEL

Medikament: 80 mg, Halbwertszeit 4 h: $80 \rightarrow 40 \rightarrow 20 \rightarrow 10$. $y = 80 \cdot 0,5^{t/4}$. Für $t = 8$: $80 \cdot 0,5^2 = 20$.

Bakterien: 100, Verdopplungszeit 3 h. $y = 100 \cdot 2^{t/3}$. Für $t = 6$: $100 \cdot 4 = 400$.

Koffein: 100 mg, $T = 5$ h. Nach 10 h: $100 \cdot (\frac{1}{2})^2 = 25$ mg.

TIPP Nach **zwei** Halbwertszeiten ist nicht alles weg, sondern noch ein **Viertel**. Die Menge wird nie ganz null.

2 ÜBUNGEN

AUFGABE 1



Ergänze: Ein Stoff hat 200 g und die Halbwertszeit 3 Tage.

Tage	0	3	6	9
Gramm	200			

AUFGABE 2



Bakterien: 50 am Anfang, Verdopplungszeit 2 Stunden. Wie viele sind es nach 6 Stunden? Schreibe auch die Funktion auf.

AUFGABE 3



Ein Medikament hat 64 mg und die Halbwertszeit 6 Stunden. Wie viel ist nach 18 Stunden noch im Körper?

AUFGABE 4



Ein Stoff hat nach T Tagen nur noch 25 % der Menge. Wie viele Halbwertszeiten sind vergangen? Wie viele sind es bei 12,5 %?

LÖSUNGEN

A1: 100, 50, 25. Jeder Schritt ist mal $\frac{1}{2}$.

A2: $y = 50 \cdot 2^{t/2}$. Für $t = 6$: $50 \cdot 2^3 = 400$.

A3: $18 : 6 = 3$ Halbwertszeiten. $64 \cdot (\frac{1}{2})^3 = 8$ mg.

A4: $25 \% = \frac{1}{4} = (\frac{1}{2})^2$: zwei Halbwertszeiten. $12,5 \% = \frac{1}{8} = (\frac{1}{2})^3$: drei Halbwertszeiten.