

Exponentialgleichungen lösen

MATHEMATIK • EXPONENTIALFUNKTIONEN • HANDOUT UND ÜBUNG

Bisher hast du x gewählt und y berechnet. Jetzt fragst du umgekehrt: Für welches x hat y einen bestimmten Wert? Das x steht dabei im Exponenten.

1 DREI WEGE

1. PROBIEREN

$2^x = 8$: $2^1 = 2$, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$. Also $x = 3$.

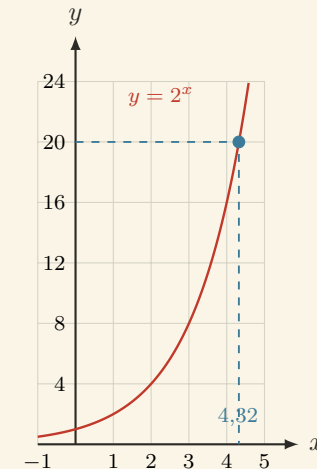
2. GLEICHE BASIS

Schreibe beide Seiten als Potenz derselben Basis. Dann sind die Exponenten gleich.

$3^x = 81 = 3^4$, also $x = 4$. $2^x = \frac{1}{4} = 2^{-2}$, also $x = -2$.

3. LOGARITHMUS

$b^x = c$ hat die Lösung $x = \frac{\lg c}{\lg b}$.



BEISPIEL

$2^x = 20$: $x = \frac{\lg 20}{\lg 2} \approx 4,32$. Probe: $2^{4,32} \approx 20$.

Zinsen: $1000 \cdot 1,05^x = 2000 \Rightarrow 1,05^x = 2 \Rightarrow x = \frac{\lg 2}{\lg 1,05} \approx 14,2$ Jahre.

TIPP $2^x = 20$ heißt **nicht** $x = 20 : 2 = 10$. Denn $2^{10} = 1024$. Das x steht im Exponenten, du kannst nicht einfach teilen. Benutze den Logarithmus.

2 ÜBUNGEN

AUFGABE 1



Löse durch Probieren oder mit gleicher Basis.

a) $2^x = 32$ b) $5^x = 25$ c) $3^x = \frac{1}{9}$ d) $10^x = 1000$

AUFGABE 2



Löse mit dem Logarithmus (GeoGebra). Runde auf zwei Stellen.

a) $3^x = 50$ b) $2^x = 100$ c) $1,5^x = 10$

AUFGABE 3



Ein Konto hat 500 € und 4 % Zinsen im Jahr. Nach wie vielen Jahren sind es 1000 €?

AUFGABE 4



Ein Stoff zerfällt: $y = 80 \cdot 0,5^{t/4}$ (Halbwertszeit 4 Stunden). Wann sind nur noch 5 mg übrig? Wann nur noch 1 mg?

LÖSUNGEN

A1: a) $x = 5$ b) $x = 2$ c) $3^{-2} = \frac{1}{9}$, also $x = -2$ d) $x = 3$.

A2: a) $x = \frac{\lg 50}{\lg 3} \approx 3,56$ b) $x = \frac{\lg 100}{\lg 2} \approx 6,64$ c) $x = \frac{\lg 10}{\lg 1,5} \approx 5,68$.

A3: $500 \cdot 1,04^x = 1000$, also $1,04^x = 2$, $x = \frac{\lg 2}{\lg 1,04} \approx 17,7$ Jahre.

A4: $5 = 80 \cdot 0,5^{t/4}$, also $0,5^{t/4} = \frac{1}{16} = 0,5^4$, also $t/4 = 4$, $t = 16$ Stunden. Für 1 mg: $0,5^{t/4} = \frac{1}{80}$, $\frac{t}{4} = \frac{\lg 80}{\lg 2} \approx 6,32$, also $t \approx 25,3$ Stunden.