

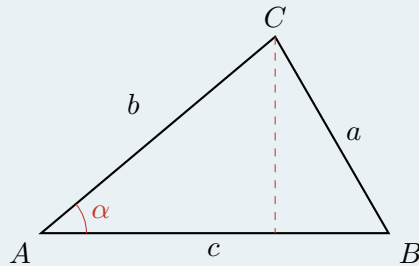
Sinussatz

MATHEMATIK • GEOMETRIE • HANDOUT UND ÜBUNG

Der Sinussatz gilt in **jedem** Dreieck, nicht nur im rechtwinkligen. Das Video zeigt dir den Beweis und die Anwendung.

1 DER SINUSSATZ

DER SINUSSATZ



In jedem Dreieck gilt (Seite durch Sinus des Winkels gegenüber):

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

WARUM? (BEWEIS)

Zeichne die Höhe h von C auf c . Im linken rechtwinkligen Dreieck: $h = b \cdot \sin \alpha$. Im rechten: $h = a \cdot \sin \beta$. Also $b \cdot \sin \alpha = a \cdot \sin \beta$, und daraus $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$.

BEISPIEL

$a = 5$, $\alpha = 40^\circ$, $\beta = 60^\circ$. Gesucht: b . $b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{5 \cdot \sin(60^\circ)}{\sin(40^\circ)} \approx 6,74$.

TIPP Achtung: $\arcsin$ liefert nur einen spitzen Winkel. Ist ein stumpfer Winkel $180^\circ - \beta$ auch möglich (Winkelsumme prüfen!), gibt es zwei Dreiecke.

2 AUFGABEN

AUFGABE 1



$a = 8, \alpha = 30^\circ, \beta = 45^\circ$. Berechne b .

AUFGABE 2



$a = 10, \alpha = 50^\circ, \gamma = 60^\circ$. Berechne c .

AUFGABE 3



$a = 7, b = 5, \alpha = 60^\circ$. Berechne β .

AUFGABE 4



$a = 6, b = 8, \alpha = 35^\circ$. Berechne β . Gibt es einen zweiten möglichen Winkel? Prüfe mit der Winkelsumme.

Tipp $\sin \vartheta = \sin(180^\circ - \vartheta)$.

AUFGABE 5



Zusatz (kann entfallen): Ein Dreieck hat $\alpha = 50^\circ$, $\beta = 60^\circ$ und $c = 10$ cm. Berechne a und b .

LÖSUNGEN

A1: $b = 8 \cdot \sin(45^\circ) : \sin(30^\circ) \approx 11,31.$

A2: $c = 10 \cdot \sin(60^\circ) : \sin(50^\circ) \approx 11,31$.

A3: $\sin \beta = 5 \cdot \sin(60^\circ) : 7 \approx 0,619, \beta \approx 38,2^\circ$.

A4: $\sin \beta = 8 \cdot \sin(35^\circ) : 6 \approx 0,765$, $\beta_1 \approx 49,9^\circ$ oder $\beta_2 = 180^\circ - 49,9^\circ = 130,1^\circ$. Beide sind möglich, denn $35^\circ + 130,1^\circ < 180^\circ$.

A5: $\gamma = 70^\circ$. $a = 10 \cdot \sin(50^\circ) : \sin(70^\circ) \approx 8,15$, $b = 10 \cdot \sin(60^\circ) : \sin(70^\circ) \approx 9,22$.