

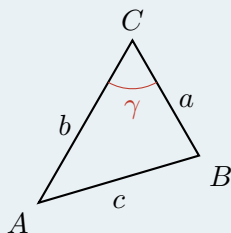
Kosinussatz

MATHEMATIK • GEOMETRIE • HANDOUT UND ÜBUNG

Der Kosinussatz hilft, wenn zwei Seiten und der Winkel dazwischen gegeben sind, oder wenn alle drei Seiten gegeben sind. Er ist eine Verallgemeinerung des Satzes des Pythagoras.

1 DER KOSINUSSATZ

DER KOSINUSSATZ



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

Genauso: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$ und $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$.

Die Seite liegt gegenüber vom Winkel.

SONDERFALL PYTHAGORAS

Bei $\gamma = 90^\circ$ ist $\cos 90^\circ = 0$. Dann gilt $c^2 = a^2 + b^2$.

BEISPIEL

$a = 5, b = 7, \gamma = 60^\circ$: $c^2 = 25 + 49 - 70 \cdot 0,5 = 39$, also $c = \sqrt{39} \approx 6,24$. $a = 5, b = 7, c = 9$: $\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = -0,1$, also $\gamma \approx 95,7^\circ$.

TIPP Am Ende die **Wurzel** ziehen. Bei stumpfen Winkeln ist $\cos \gamma$ negativ: Minus mal Minus ergibt Plus.

2 AUFGABEN

AUFGABE 1



$a = 6, b = 8, \gamma = 90^\circ$. Berechne c . Welchen Satz kennst du?

AUFGABE 2



$a = 7, b = 9, \gamma = 50^\circ$. Berechne c .

AUFGABE 3



$a = 3, b = 4, \gamma = 120^\circ$. Berechne c .

AUFGABE 4



$a = 6, b = 7, c = 8$. Berechne γ .

AUFGABE 5



Ben rechnet: „ $a = 4$, $b = 5$, $\gamma = 120^\circ$. Es gilt $c^2 = 16 + 25 - 40 \cdot (-0,5) = 61$, also $c = 61$.“ Was ist falsch? Berechne c richtig.

TIPP Nach $c^2 = 61$ fehlt ein Schritt.

LÖSUNGEN

A1: $c^2 = 36 + 64 = 100$, $c = 10$. Das ist der Satz des Pythagoras.

A2: $c^2 = 49 + 81 - 126 \cdot \cos(50^\circ) \approx 130 - 80,99 = 49,01$, $c \approx 7,0$.

A3: $c^2 = 9 + 16 - 24 \cdot (-0,5) = 37$, $c \approx 6,08$.

A4: $\cos \gamma = (36 + 49 - 64) : 84 = 0,25$, $\gamma = \text{acosd}(0,25) \approx 75,5^\circ$.

A5: Die Wurzel fehlt: $c = \sqrt{61} \approx 7,81$.