

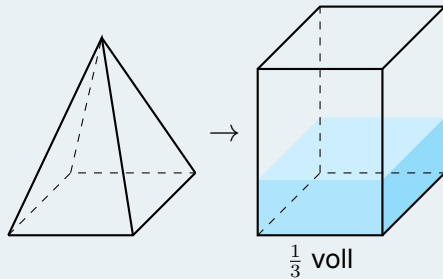
Pyramide, Kegel und Kugel

MATHEMATIK • KÖRPER • HANDOUT UND ÜBUNG

Wie groß ist das Volumen von Körpern mit einer Spitze? Ein Versuch mit Wasser zeigt es.

1 DER VERSUCH: UMSCHÜTTEN

PYRAMIDE UND KEGEL: EIN DRITTEL



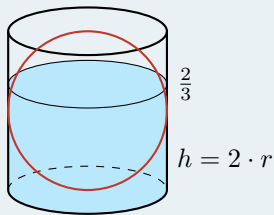
Pyramide und Quader haben dieselbe Grundfläche G und dieselbe Höhe h . Die Pyramide voll Wasser füllt den Quader zu **einem Drittel**. Nach **3**-mal Umschütten ist er voll.

Pyramide: $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$

Beim Kegel und Zylinder ist es genauso:

Kegel: $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$

DIE KUGEL: ZWEI DRITTEL DES ZYLINDERS



Eine Kugel passt genau in einen Zylinder mit demselben Radius und der Höhe $h = 2 \cdot r$. Die Kugel voll Wasser füllt diesen Zylinder zu **zwei Dritteln** (Archimedes).

$V = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot 2r$, also

Kugel: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

BEISPIEL

Pyramide: $a = 3$ cm (quadratische Grundfläche), $h = 4$ cm: $V = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 4 = 12$ cm³

Kegel: $r = 1,5$ cm, $h = 4$ cm: $V \approx \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 2,25 \cdot 4 \approx 9,4$ cm³

Kugel: $r = 1,5$ cm: $V \approx \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 3,375 \approx 14,1$ cm³

 **TIPP** Bei Pyramide und Kegel das $\frac{1}{3}$ nicht vergessen! $G \cdot h$ ist das Volumen des Prismas oder Zylinders.

