

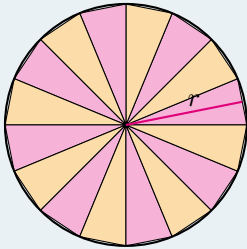
Die Oberfläche der Kugel

MATHEMATIK • KÖRPER • HANDOUT UND ÜBUNG

Eine Kugel hat kein Netz. Trotzdem können wir ihre Oberfläche berechnen – mit vielen kleinen Pyramiden.

1 DIE HERLEITUNG

VIELE KLEINE PYRAMIDEN



Wir zerlegen die Kugel in sehr viele, sehr kleine **Pyramiden**:

- Die **Spitze** liegt im Mittelpunkt.
- Die **Grundflächen** $A_1, A_2, \dots, A_n$ liegen auf der Kugeloberfläche.
- Die **Höhe** jeder Pyramide ist der Radius r .

Zusammen füllen die Pyramiden die Kugel. Ihre Grundflächen ergeben zusammen die Oberfläche O .

DIE RECHNUNG

Jede Pyramide: $V_1 = \frac{1}{3} \cdot A_1 \cdot r, \quad V_2 = \frac{1}{3} \cdot A_2 \cdot r, \quad \dots$

$$V_{\text{Kugel}} = V_1 + V_2 + \dots + V_n = \frac{1}{3} \cdot r \cdot (A_1 + A_2 + \dots + A_n) = \frac{1}{3} \cdot r \cdot O$$

$$\frac{1}{3} \cdot r \cdot O = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \quad | \cdot 3$$

$$r \cdot O = 4 \cdot \pi \cdot r^3 \quad | : r$$

$$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \quad - \text{ so groß wie vier Kreise mit dem Radius } r.$$

TIPP Archimedes zeigte: Auch die Oberfläche der Kugel ist $\frac{2}{3}$ der Oberfläche des Zylinders um sie herum (mit Boden und Deckel): $4 \cdot \pi \cdot r^2 : 6 \cdot \pi \cdot r^2 = 2 : 3$. Nicht verwechseln: Oberfläche r^2 (cm²), Volumen r^3 (cm³).

2 ÜBUNGEN

AUFGABE 1



Berechne die Oberfläche der Kugel. Rechne mit $\pi \approx 3,14$.

a) $r = 5$ cm b) $r = 10$ cm c) $d = 6$ cm

AUFGABE 2



Ein Ball hat den Durchmesser 22 cm. Wie viel Leder braucht man für seine Oberfläche (ohne Nähte)?

 1256 : $(4 \cdot 3, 14) = p_2$.

A2: $r = 11 \text{ cm}$: $O \approx 4 \cdot 3,14 \cdot 121 \approx 1519,8 \text{ cm}^2$.

A3: $r^2 = 1256 : 12,56 = 100$, also $r = 10$ cm.