

Potenzgesetze

MATHEMATIK • POTENZEN • HANDOUT UND ÜBUNG

Bei $2 + 5 + 8$ stellen wir um: $2 + 8 + 5 = 10 + 5 = 15$. So wird die Rechnung leichter. Auch beim Potenzieren gibt es solche Rechentricks. Wir nennen sie **die Potenzgesetze**. Das Video zeigt sie.

1 GLEICHE BASIS: MAL

BEISPIEL

$$3^2 \cdot 3^3 = (3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3) = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5 \quad \text{Die Drei steht } 2 + 3 = 5\text{-mal da.}$$

1. POTENZGESETZ

Wir multiplizieren Potenzen mit **gleicher Basis**: Die Basis bleibt gleich. Die Exponenten **addieren** wir.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

BEISPIEL

$$2^4 \cdot 2^3 = 2^{4+3} = 2^7 \qquad 5^2 \cdot 5^6 = 5^{2+6} = 5^8$$

$$\text{Trick: } 8 \cdot 4 \cdot 16 = 2^3 \cdot 2^2 \cdot 2^4 = 2^{3+2+4} = 2^9 = 512$$

2 GLEICHE BASIS: GETEILT

BEISPIEL

$$4^5 : 4^3 = \frac{\cancel{4} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{4} \cdot 4 \cdot 4}{\cancel{4} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{4}} = 4 \cdot 4 = 4^2 \quad \text{Oben bleiben } 5 - 3 = 2 \text{ Vieren übrig.}$$

2. POTENZGESETZ

Wir dividieren Potenzen mit **gleicher Basis**: Die Basis bleibt gleich. Die Exponenten **subtrahieren** wir.

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

BEISPIEL

Trick: $81 : 27 = 3^4 : 3^3 = 3^{4-3} = 3^1 = 3$ Dafür musst du $81 = 3^4$ erkennen. Üben hilft!

3 POTENZ EINER POTENZ

BEISPIEL

$$(2^3)^2 = 2^3 \cdot 2^3 = 2^{3+3} = 2^6 \quad \text{Denn } 3 + 3 = 3 \cdot 2.$$

3. POTENZGESETZ

Eine Potenz steht in einer **Klammer** mit Exponent: Die Exponenten **multiplizieren** wir.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

BEISPIEL

$$(5^2)^4 = 5^{2 \cdot 4} = 5^8 \quad (10^3)^2 = 10^{3 \cdot 2} = 10^6$$

4 GLEICHER EXPONENT

BEISPIEL

$$2^4 \cdot 3^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) = (2 \cdot 3)^4 = 6^4$$

Beim Malnehmen dürfen wir die Reihenfolge ändern.

4. POTENZGESETZ

Wir multiplizieren Potenzen mit **gleichem Exponenten**: Der Exponent bleibt gleich. Die Basen **multiplizieren** wir.

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

BEISPIEL

$$\text{Trick: } 2^3 \cdot 5^4 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 5 = (2 \cdot 5)^3 \cdot 5 = 10^3 \cdot 5 = 1000 \cdot 5 = 5000$$

 **TIPP** Achtung: Gesetz 1 und 2 gelten nur bei **gleicher Basis**, Gesetz 4 nur bei **gleichem Exponenten**. $2^3 \cdot 3^2$ kannst du nicht zusammenfassen.

Und: $3^2 \cdot 3^3$ ist **nicht** 9^5 . Die Basis bleibt: $3^2 \cdot 3^3 = 3^5$.

a) $(2^3)^4$ b) $(5^2)^3$ c) $(10^3)^2$ d) $(7^4)^5$

a) $(2^3)^4$ b) $(5^2)^3$ c) $(10^3)^2$ d) $(7^4)^5$

Tipp Bei d) gilt das Gesetz auch für drei Faktoren: $(2 \cdot 3 \cdot 5)^2$.

Tipp Schreibe die Zahlen als Potenzen: $4 = 2^2$, $8 = 2^3$, $243 = 3^5$, ...

AUFGABE 6



Richtig oder falsch? Verbessere die falschen Rechnungen.

a) $2^3 \cdot 2^4 = 2^{12}$ b) $3^2 \cdot 3^3 = 9^5$ c) $5^6 : 5^2 = 5^3$

d) $(2^3)^2 = 2^6$ e) $2^3 \cdot 3^3 = 6^3$ f) $2^3 \cdot 3^2 = 6^5$

TIPP Frage immer zuerst: Ist die Basis gleich? Ist der Exponent gleich?

AUFGABE 7



Welche Zahl fehlt?

a) $2^4 \cdot 2^{\square} = 2^{10}$ b) $7^{\square} : 7^3 = 7^5$ c) $(3^2)^{\square} = 3^8$ d) $\square^3 \cdot 5^3 = 10^3$

LÖSUNGEN

A1: a) 2^7 b) 5^7 c) 7^8 d) 10^5 e) 3^7 f) 4^6

A2: a) 3^5 b) 2^5 c) 10^4 d) $5^1 = 5$ e) 6^2

A3: a) 2^{12} b) 5^6 c) 10^6 d) 7^{20}

A4: a) $10^3 = 1000$ b) $12^2 = 144$ c) $10^4 = 10\,000$ d) $30^2 = 900$

A5: a) $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^1 = 2^6 = 64$ b) $2^4 \cdot 2^5 = 2^9 = 512$ c) $3^5 : 3^3 = 3^2 = 9$ d) $(2 \cdot 5)^4 = 10^4 = 10\,000$ e) $2^3 \cdot 5^3 \cdot 5^2 = 10^3 \cdot 25 = 25\,000$

A6: a) falsch: $2^{3+4} = 2^7$ b) falsch: 3^5 c) falsch: $5^{6-2} = 5^4$ d) richtig: $2^{3 \cdot 2} = 2^6$ e) richtig: $(2 \cdot 3)^3 = 6^3$ f) falsch: Basis und Exponent sind verschieden. Ausrechnen: $8 \cdot 9 = 72$

A7: a) 6 b) 8 c) 4 d) 2