

Wurzeln

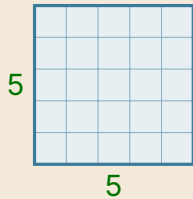
MATHEMATIK • POTENZEN • HANDOUT UND ÜBUNG



Du kennst schon Umkehrungen: $3 + 4 = 7$, also $7 - 4 = 3$. $3 \cdot 4 = 12$, also $12 : 4 = 3$.
Heute machen wir das **Potenzieren** rückgängig. Das heißt **das Wurzelziehen**. Das Video zeigt es.

1 DIE QUADRATWURZEL

BEISPIEL



Ein Quadrat hat 25 Kästchen. Wie lang ist eine Seite?

Wir suchen eine Zahl, die mal sich selbst 25 ergibt: $5 \cdot 5 = 25$.

Also ist die Seite 5 lang. Wir schreiben: $\sqrt{25} = 5$ „Wurzel aus fünfundzwanzig“

DIE QUADRATWURZEL

$\sqrt{\quad}$ ist **das Wurzelzeichen**. Die Zahl darunter heißt **der Radikand**.

5^2 heißt auch „fünf zum Quadrat“. Deshalb heißt $\sqrt{25}$ die **Quadratwurzel**.

$$\sqrt{a} = b, \text{ weil } b \cdot b = a \quad (b \text{ ohne Minus})$$

BEISPIEL

$$\sqrt{9} = 3, \text{ denn } 3 \cdot 3 = 9 \quad \sqrt{49} = 7, \text{ denn } 7 \cdot 7 = 49 \quad \sqrt{100} = 10 \quad \sqrt{1} = 1$$

TIPP Die Quadratzahlen solltest du auswendig kennen:

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225 (das sind 1^2 bis 15^2)

2 DIE DRITTE WURZEL UND DIE N-TE WURZEL

BEISPIEL

Ein Würfel besteht aus 27 kleinen Würfeln. Wie lang ist eine Kante?

Wir suchen eine Zahl, die wir dreimal mal nehmen: $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$. Die Kante ist 3 lang.

Wir schreiben: $\sqrt[3]{27} = 3$ „dritte Wurzel aus siebenundzwanzig“, denn $3^3 = 27$.

DIE N-TE WURZEL

Die kleine Zahl links oben heißt **der Wurzelexponent**. Bei der Quadratwurzel ist er 2. Die 2 schreiben wir meistens nicht: $\sqrt{25} = \sqrt[2]{25}$.

$$\sqrt[n]{a} = b, \text{ weil } b^n = a$$

Wir sprechen: „n-te Wurzel aus a“.

BEISPIEL

$$\sqrt[3]{8} = 2, \text{ denn } 2^3 = 8 \quad \sqrt[3]{1000} = 10, \text{ denn } 10^3 = 1000 \quad \sqrt[4]{16} = 2, \text{ denn } 2^4 = 16 \quad \sqrt[5]{32} = 2, \text{ denn } 2^5 = 32$$

 **TIPP** Achtung: Die Wurzel ist **nicht** „geteilt durch 2“. $\sqrt{16}$ ist nicht 8, sondern 4. $\sqrt[3]{27}$ ist nicht 9, sondern 3.

 **TIPP** Nicht jede Wurzel ist eine ganze Zahl: $\sqrt{2} \approx 1,41$. Solche Wurzeln rechnest du mit dem Taschenrechner (Taste $\sqrt{}$).

a) $\sqrt{16} = 8$ b) $\sqrt{36} = 6$ c) $\sqrt[3]{27} = 9$ d) $\sqrt[3]{8} = 2$ e) $\sqrt{100} = 50$ f) $\sqrt[4]{16} = 4$

Tipp **Mache immer die Probe mit einer Potenz.**

Beispiel: $\sqrt{10}$ liegt zwischen 3 und 4, denn $3^2 = 9$ und $4^2 = 16$.

a) $\sqrt{20}$ b) $\sqrt{50}$ c) $\sqrt{2}$ d) $\sqrt{90}$ e) $\sqrt[3]{30}$

LÖSUNGEN

A1: a) 4 b) 9 c) 2 d) 8 e) 11 f) 0 g) 12 h) 20

A2: a) Wurzelexponent 2 (steht nicht da), Radikand 49, „Wurzel aus neunundvierzig“ b) 4 und 81, „vierte Wurzel aus einundachtzig“ c) 3 und 64, „dritte Wurzel aus vierundsechzig“ d) 5 und 1, „fünfte Wurzel aus eins“

A3: a) 2 ($2^3 = 8$) b) 4 ($4^3 = 64$) c) 10 ($10^3 = 1000$) d) 2 ($2^4 = 16$) e) 10 ($10^4 = 10\,000$) f) 5 ($5^3 = 125$)

A4: a) 7 cm b) 12 m c) 5 Würfel d) 10 cm

A5: a) falsch: $\sqrt{16} = 4$ b) richtig c) falsch: $\sqrt[3]{27} = 3$ d) richtig e) falsch: $\sqrt{100} = 10$ f) falsch: $\sqrt[4]{16} = 2$

A6: a) zwischen 4 und 5 ($\approx 4,47$) b) zwischen 7 und 8 ($\approx 7,07$) c) zwischen 1 und 2 ($\approx 1,41$) d) zwischen 9 und 10 ($\approx 9,49$) e) zwischen 3 und 4 ($\approx 3,11$)