

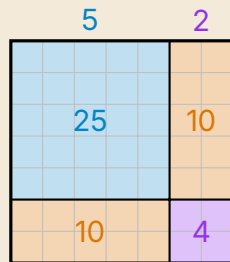
Binomische Formeln

MATHEMATIK • POTENZEN • HANDOUT UND ÜBUNG

Ein Quadrat hat die Seite 5. Die Fläche ist $5^2 = 25$. Was passiert mit der Fläche, wenn wir die Seite um 2 länger oder um 2 kürzer machen? Das Video zeigt es.

1 DIE SEITE WIRD LÄNGER

BEISPIEL



Neue Seite: $5 + 2 = 7$. Neue Fläche: $7^2 = 49$ – **nicht** $25 + 4 = 29$!

Im Bild: $25 + 10 + 10 + 4 = 49$.

Das alte Quadrat, zwei Streifen und ein kleines Quadrat in der Ecke.

1. BINOMISCHE FORMEL

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Die zwei Streifen ($2ab$) nicht vergessen!

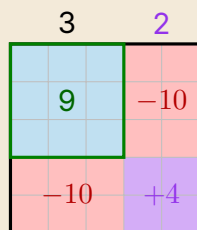
BEISPIEL

$$(3 + 1)^2 = 9 + 6 + 1 = 16 \quad 11^2 = (10 + 1)^2 = 100 + 20 + 1 = 121 \quad (x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

TIPP Der häufigste Fehler: $(a + b)^2$ ist **nicht** $a^2 + b^2$. Beispiel: $(5 + 2)^2 = 49$, aber $5^2 + 2^2 = 29$.

2 DIE SEITE WIRD KÜRZER

BEISPIEL



Neue Seite: $5 - 2 = 3$. Neue Fläche: $3^2 = 9$.

Im Bild: $25 - 10 - 10 + 4 = 9$.

Rechts und unten schneiden wir je einen Streifen ab. Die Ecke haben wir dabei **zweimal** abgeschnitten. Deshalb geben wir sie einmal zurück: $+4$.

2. BINOMISCHE FORMEL

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

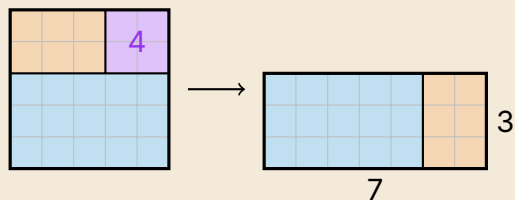
Achtung: Am Ende steht **plus** b^2 .

BEISPIEL

$$9^2 = (10 - 1)^2 = 100 - 20 + 1 = 81 \quad (x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16$$

3 EINE SEITE LÄNGER, DIE ANDERE KÜRZER

BEISPIEL



Eine Seite: $5 + 2 = 7$. Andere Seite: $5 - 2 = 3$. Fläche: $7 \cdot 3 = 21 = 25 - 4$.

Wir schneiden die Ecke $2 \cdot 2 = 4$ heraus. Das obere **Stück** drehen wir und legen es rechts an. So entsteht das Rechteck $7 \cdot 3$.

3. BINOMISCHE FORMEL

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

BEISPIEL

$$21 \cdot 19 = (20 + 1)(20 - 1) = 400 - 1 = 399 \quad (x + 5)(x - 5) = x^2 - 25$$

4 PÄCKCHENAUFGABEN

AUFGABE 1



Rechne mit der 1. binomischen Formel.

a) $(4 + 1)^2$ b) $(6 + 2)^2$ c) $(10 + 3)^2$ d) $(x + 2)^2$ e) $(x + 5)^2$

AUFGABE 2



Rechne mit der 2. binomischen Formel.

a) $(6 - 1)^2$ b) $(10 - 2)^2$ c) $(x - 3)^2$ d) $(x - 1)^2$

AUFGABE 3



Rechne mit der 3. binomischen Formel.

a) $(5 + 1)(5 - 1)$ **b)** $(10 + 3)(10 - 3)$ **c)** $(x + 4)(x - 4)$ **d)** $(x + 1)(x - 1)$

AUFGABE 4



Kopfrechnen mit binomischen Formeln.

a) 21^2 b) 19^2 c) 51^2 d) 99^2 e) $22 \cdot 18$ f) $41 \cdot 39$

Tipp $19 = 20 - 1$ und $22 \cdot 18 = (20 + 2)(20 - 2)$

AUFGABE 5



Ein Quadrat hat die Seite 6 cm.

- Jede Seite wird um 3 cm länger. Berechne die neue Fläche mit der 1. Formel. Um wie viel wächst die Fläche?
- Jede Seite wird um 3 cm kürzer. Berechne die neue Fläche mit der 2. Formel.
- Eine Seite wird um 3 cm länger, die andere um 3 cm kürzer. Berechne die Fläche mit der 3. Formel.

Zeichne zu jeder Teilaufgabe ein Bild wie im Video.

LÖSUNGEN

A1: a) $16 + 8 + 1 = 25$ b) $36 + 24 + 4 = 64$ c) $100 + 60 + 9 = 169$ d) $x^2 + 4x + 4$ e) $x^2 + 10x + 25$

A2: a) $36 - 12 + 1 = 25$ b) $100 - 40 + 4 = 64$ c) $x^2 - 6x + 9$ d) $x^2 - 2x + 1$

A3: a) $25 - 1 = 24$ b) $100 - 9 = 91$ c) $x^2 - 16$ d) $x^2 - 1$

A4: a) $400 + 40 + 1 = 441$ b) $400 - 40 + 1 = 361$ c) $2500 + 100 + 1 = 2601$ d) $10\,000 - 200 + 1 = 9801$ e) $400 - 4 = 396$ f) $1600 - 1 = 1599$

A5: a) $(6+3)^2 = 36 + 36 + 9 = 81 \text{ cm}^2$, die Fläche wächst um $81 - 36 = 45 \text{ cm}^2$ b) $(6-3)^2 = 36 - 36 + 9 = 9 \text{ cm}^2$ c) $(6+3)(6-3) = 36 - 9 = 27 \text{ cm}^2$

A6: a) falsch: $x^2 + 8x + 16$ b) falsch: $x^2 - 6x + 9$ c) richtig d) falsch: $a^2 + 2ab + b^2$ e) falsch: $5^2 = 25 = 4 + 12 + 9$

A7: a) $(x+5)^2$ (1. Formel) b) $(x-3)^2$ (2. Formel) c) $(x+7)(x-7)$ (3. Formel) d) $(x+1)^2$ (1. Formel)