

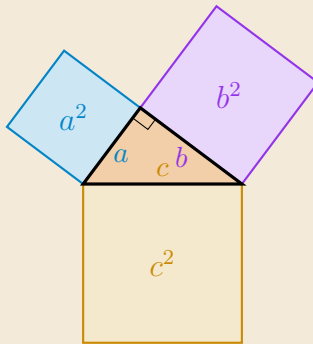
Satz des Pythagoras

MATHEMATIK • POTENZEN • HANDOUT UND ÜBUNG

Der Satz des Pythagoras ist der berühmteste Satz der Schulmathematik. Er gilt für Dreiecke mit einem **rechten Winkel** (eine Ecke wie bei einem Blatt Papier). Das Video zeigt ihn.

1 DAS RECHTWINKLIGE DREIECK

BEISPIEL



Die längste Seite liegt gegenüber vom rechten Winkel. Sie heißt **die Hypotenuse** c .

Die beiden anderen Seiten heißen **die Katheten** a und b .

An jede Seite zeichnen wir ein Quadrat. Beispiel mit $a = 3$, $b = 4$, $c = 5$:
 $9 + 16 = 25$ – die beiden kleinen Quadrate sind zusammen so groß wie das große.

DER SATZ DES PYTHAGORAS

In jedem rechtwinkligen Dreieck gilt:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Die Quadrate über den Katheten sind zusammen so groß wie das Quadrat über der Hypotenuse.

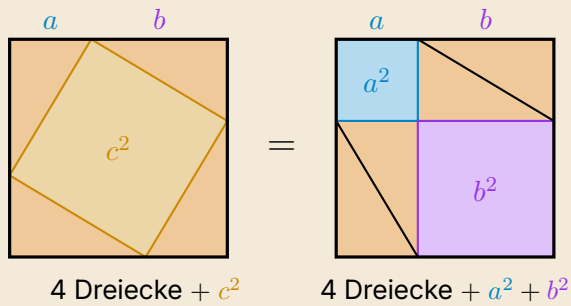
BEISPIEL

Katheten 6 cm und 8 cm: $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$, also $c = \sqrt{100} = 10$ cm.

Diagonale im Quadrat mit der Seite 1: $1^2 + 1^2 = 2$, also $\sqrt{2}$.

2 DER BEWEIS MIT ZWEI QUADRATEN

BEISPIEL



Links: Vier gleiche rechtwinklige Dreiecke liegen mit ihren Hypotenusen am Quadrat c^2 .

Rechts: Die Quadrate a^2 und b^2 berühren sich an einer Ecke. Die vier Dreiecke bilden zwei Rechtecke.

Beide großen Quadrate haben die Seite $a + b$, also die gleiche Fläche. Nimmt man die vier Dreiecke weg, bleibt:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

3 ÄLTER ALS PYTHAGORAS

BEISPIEL

Babylon, etwa 1800 v. Chr.: Auf einer Tontafel (heute in New York, Columbia University) stehen Zahlen, die genau zum Satz passen, z. B. $119^2 + 120^2 = 169^2$.

Griechenland, etwa 500 v. Chr.: Pythagoras lebt. Ob er den Satz selbst bewiesen hat, weiß man nicht. Trotzdem trägt der Satz seinen Namen.

Die Knotenschnur: Ein Seil mit 12 gleichen Abschnitten wird zu einem Dreieck mit 3, 4 und 5 Abschnitten gespannt. Wegen $3^2 + 4^2 = 5^2$ entsteht ein rechter Winkel. Man vermutet, dass die Seilspanner im alten Ägypten so gearbeitet haben – sicher belegt ist das aber nicht.

TIPP Achtung: Der Satz gilt nur im **rechtwinkligen** Dreieck, und c ist immer die **längste** Seite. Aus $c^2 = 100$ folgt $c = 10$, nicht 50.



AUFGABE 5



Jetzt fehlt eine Kathete. Berechne sie.

- a) $c = 13, a = 5$ b) $c = 10, a = 6$ c) $c = 25, a = 7$

Tipp $z^p - z^q = z^q$

AUFGABE 6



Anwendungen.

- a) Eine Leiter ist 5 m lang. Sie lehnt an einer Wand. Unten steht sie 3 m von der Wand entfernt. Wie hoch reicht die Leiter?
b) Ein Bildschirm ist 80 cm breit und 45 cm hoch. Wie lang ist seine Diagonale?

Tipp Zeichne zuerst eine Skizze mit dem rechten Winkel.

LÖSUNGEN

A1: a) z ist die Hypotenuse: $x^2 + y^2 = z^2$ b) t : $r^2 + s^2 = t^2$ c) m : $k^2 + n^2 = m^2$

A2: a) 5 b) 10 c) 15 d) 17 e) $\sqrt{2} \approx 1,41$ f) $\sqrt{13} \approx 3,61$

A3: a) ja: $25 + 144 = 169$ b) nein: $36 + 49 = 85 \neq 81$ c) ja: $49 + 576 = 625$ d) nein: $16 + 25 = 41 \neq 36$

A4: a) 6, 8, 10 ($36 + 64 = 100$) b) 5, 12, 13 ($25 + 144 = 169$)

A5: a) $b = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$ b) $\sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$ c) $\sqrt{625 - 49} = \sqrt{576} = 24$

A6: a) $\sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$ m b) $\sqrt{6400 + 2025} = \sqrt{8425} \approx 91,8$ cm