

Das fünfte Potenzgesetz

MATHEMATIK • POTENZEN • HANDOUT UND ÜBUNG

Du kennst vier Potenzgesetze (Einheit 02). Beim 4. Gesetz ist der Exponent gleich und wir multiplizieren: $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$. Heute fragen wir: Was passiert, wenn wir **teilen**?

1 EIN BEISPIEL

BEISPIEL

$$6^3 : 2^3 = 216 : 8 = 27$$

$$6^3 : 2^3 = \frac{6 \cdot 6 \cdot 6}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{6}{2} \cdot \frac{6}{2} \cdot \frac{6}{2} = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3 = 27$$

Wir bilden Paare: immer eine Sechs über einer Zwei. Jedes Paar ist $6 : 2 = 3$.

5. POTENZGESETZ

Wir dividieren Potenzen mit **gleichem Exponenten**: Der Exponent bleibt gleich. Die Basen **dividieren** wir.

$$a^n : b^n = (a : b)^n \quad \text{oder} \quad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

BEISPIEL

$$\text{Trick: } 15^2 : 5^2 = (15 : 5)^2 = 3^2 = 9$$

$$\text{Trick: } 100^4 : 25^4 = (100 : 25)^4 = 4^4 = 256 \quad \text{Ohne Gesetz: } 100^4 = 100\,000\,000 - \text{neun Stellen!}$$

2 BRÜCHE POTENZIEREN

Das Gesetz gilt auch rückwärts. Ein Bruch steht in einer Klammer mit Exponent:

BEISPIEL

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1^3}{2^3} = \frac{1}{8}$$

BRUCH HOCH N

Ein Bruch hoch n : **Zähler** hoch n und **Nenner** hoch n .

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

 **TIPP** Achtung, nicht verwechseln!

2. Gesetz – gleiche Basis: Exponenten subtrahieren. $5^6 : 5^2 = 5^{6-2} = 5^4$

5. Gesetz – gleicher Exponent: Basen teilen. $6^3 : 2^3 = (6 : 2)^3 = 3^3$

Bei $10^4 : 5^2$ ist beides verschieden. Hier hilft kein Gesetz: $10\,000 : 25 = 400$.

3 ALLE FÜNF POTENZGESETZE

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ gleiche Basis: Exponenten addieren
2. $a^m : a^n = a^{m-n}$ gleiche Basis: Exponenten subtrahieren
3. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ Klammer: Exponenten multiplizieren
4. $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ gleicher Exponent: Basen multiplizieren
5. $a^n : b^n = (a : b)^n$ gleicher Exponent: Basen dividieren

Tip Suche Zähler und Nenner in der Tabelle der Potenzen: $27 = 3^3$, $64 = 4^3$, ...

LÖSUNGEN

A1: a) $4^3 = 64$ b) $5^2 = 25$ c) $2^4 = 16$ d) $3^2 = 9$ e) $2^3 = 8$

A2: a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{4}{25}$ c) $\frac{27}{8}$ d) $\frac{1}{10\,000}$ e) $\frac{8}{27}$

A3: a) $3^2 = 9$ b) $2^3 = 8$ c) $3^2 = 9$ d) $2^5 = 32$ e) $2^4 = 16$

A4: a) 5^4 (2.) b) 3^5 (5.) c) 6^4 (4.) d) 3^8 (3.) e) 7^5 (1.) f) 5^7 (5.)

A5: a) richtig: $(8 : 2)^3 = 4^3$ b) falsch: $(6 : 3)^4 = 2^4 = 16$ c) falsch: gleiche Basis, also Gesetz 2: $9^{5-2} = 9^3$ d) falsch: auch der Nenner hoch 2: $\frac{4}{9}$ e) richtig f) falsch: Basis und Exponent sind verschieden. Ausrechnen: $10\,000 : 25 = 400$

A6: a) 3 b) 20 (denn $25 = 5^2$ und $20 : 4 = 5$) c) 5 d) 4 (denn $48 : 16 = 3$ und $3^4 = 81$)

A7: a) $\left(\frac{3}{4}\right)^3$ b) $\left(\frac{1}{10}\right)^3$ c) $\left(\frac{2}{3}\right)^4$ (auch richtig: $\left(\frac{4}{9}\right)^2$) d) $\left(\frac{2}{3}\right)^5$