

Exponentielles Wachstum

MATHEMATIK • POTENZEN • HANDOUT UND ÜBUNG

Eine **Legende** erzählt: Der Erfinder des Schachspiels wünscht sich vom König Weizenkörner. Auf das erste Feld ein Korn, auf jedes weitere Feld **doppelt so viele**. Feld 1: 1, Feld 2: 2, Feld 3: 4, Feld 4: 8, ... Feld n : 2^{n-1} Körner.
Auf Feld 64 liegen $2^{63} \approx 9,2 \cdot 10^{18}$ Körner. Auf dem ganzen Brett liegen etwa $1,8 \cdot 10^{19}$ Körner – etwa tausendmal so viel Weizen, wie die ganze Welt in einem Jahr erntet.

1 LINEAR ODER EXPONENTIELL?

Tag	0	1	2	3	4	5
Pflanze A: + 2 (linear)	1	3	5	7	9	11
Pflanze B: $\cdot 2$ (exponentiell)	1	2	4	8	16	32

EXPONENTIELLES WACHSTUM

In jedem Schritt multiplizieren wir mit demselben **Wachstumsfaktor** q .

$$y = a \cdot q^n$$

a : Startwert q : Wachstumsfaktor n : Anzahl der Schritte

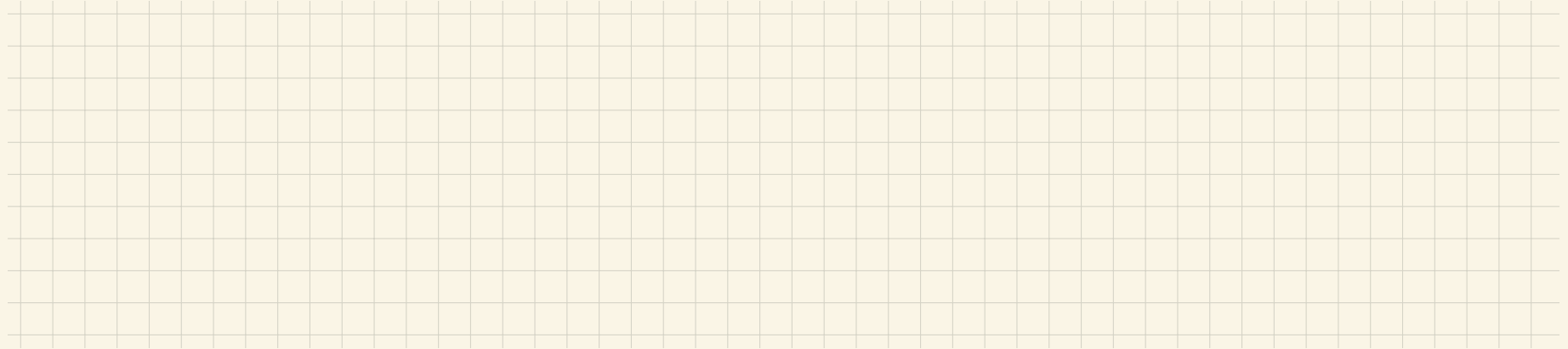
$q > 1$: Wachstum $0 < q < 1$: Abnahme

a) 3, 6, 12, 24, ... b) 3, 6, 9, 12, ... c) 1000, 500, 250, ... d) 2, 6, 18, 54, ... e) 50, 45, 40, ...

AUFGABE 4



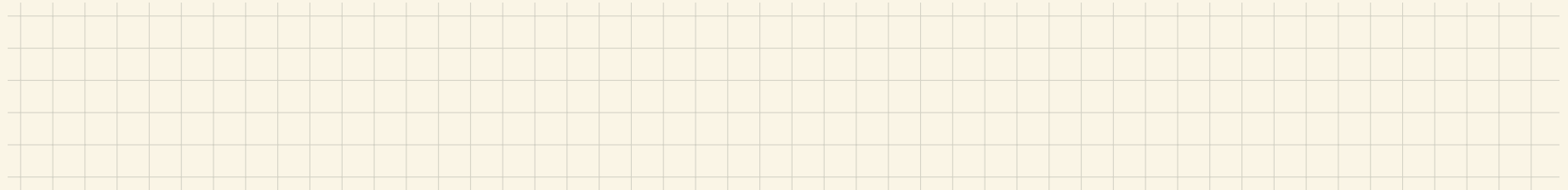
Zeichne die Werte von Pflanze A und Pflanze B (Tabelle oben) in ein Koordinatensystem. Ab welchem Tag ist B größer? Wie groß ist B an Tag 10?



AUFGABE 5



Weizenkornlegende: Auf welchem Feld liegen zum ersten Mal mehr als 1000 Körner? Und mehr als eine Million?



 **Tipp** $2^{10} = 1024$ und $2^{20} = 1\,048\,576$. Achte auf 2^{n-1} !

LÖSUNGEN

A1: a) exponentiell ($\cdot 2$): 48, 96 b) linear ($+ 3$): 15, 18 c) exponentiell ($\cdot 0,5$): 125, 62,5 d) exponentiell ($\cdot 3$): 162, 486 e) linear ($- 5$): 35, 30

A2: a) 1,03 b) 1,1 c) 2 d) 0,9 e) 0,5 f) 1,025

A3: a) $100 \cdot 2^5 = 3200$ b) $2000 \cdot 1,03^4 \approx 2251,02 \text{ €}$ c) $20\,000 \cdot 0,85^3 \approx 12\,282,50 \text{ €}$

A4: Ab Tag 3 ($8 > 7$). Tag 10: $2^{10} = 1024$ (A nur 21).

A5: Feld n hat 2^{n-1} Körner. Mehr als 1000: Feld 11 ($2^{10} = 1024$). Mehr als eine Million: Feld 21 ($2^{20} = 1\,048\,576$).