

Der Logarithmus

MATHEMATIK • POTENZEN • HANDOUT UND ÜBUNG

$2^3 = 8$ kennst du. Heute fragen wir anders herum: $2^? = 8$. Wir suchen den **Exponenten**. Dafür gibt es den **Logarithmus**.

1 DIE SCHREIBWEISE

LOGARITHMUS

$$b^x = z \iff \log_b z = x$$

Sprich: „Logarithmus zur Basis b von z “. Frage dich: **Basis hoch wie viel ergibt die Zahl?**

Potenzieren $2^3 = ?$ Das Ergebnis ist gesucht. (8)

Wurzel $\sqrt[3]{8} = ?$ Die **Basis** ist gesucht. (2)

Logarithmus $\log_2 8 = ?$ Der **Exponent** ist gesucht. (3)

BEISPIEL

$\log_2 16 = 4$, denn $2^4 = 16$ $\log_3 81 = 4$, denn $3^4 = 81$ $\log_5 125 = 3$, denn $5^3 = 125$

2 DER ZEHNERLOGARITHMUS UND BESONDERE WERTE

BEISPIEL

Basis 10: kurz lg. $\lg 1000 = 3$ (drei Nullen) $\lg 0,01 = -2$, denn $10^{-2} = 0,01$

BESONDERE WERTE

$\log_b 1 = 0$, denn $b^0 = 1$ $\log_b b = 1$, denn $b^1 = b$

BEISPIEL

Anwendung: 100 Bakterien verdoppeln sich jede Stunde. Wann sind es 1600?

$100 \cdot 2^x = 1600 \Rightarrow 2^x = 16 \Rightarrow x = \log_2 16 = 4$ – nach 4 Stunden.

3 LOGARITHMUSGESETZE

Aus den Potenzgesetzen folgen Gesetze für den Logarithmus: $10^2 \cdot 10^3 = 10^{2+3}$.

LOGARITHMUSGESETZE

1. Produkt: $\lg(a \cdot c) = \lg a + \lg c$ Beispiel: $\lg(100 \cdot 1000) = 2 + 3 = 5$

2. Potenz: $\lg(a^n) = n \cdot \lg a$ Der Exponent kommt nach vorne. Beispiel: $\lg(10^3) = 3 \cdot \lg 10 = 3$

Die Gesetze gelten für jede Basis, nicht nur für 10.

Tipp Bei e): $2^{-3} = \frac{1}{8}$.

a) $2^x = 64$ b) $3^x = 27$ c) $10^x = 100\,000$ d) $5 \cdot 2^x = 40$ e) $100 \cdot 3^x = 8100$

a) $2^x = 64$ b) $3^x = 27$ c) $10^x = 100\,000$ d) $5 \cdot 2^x = 40$ e) $100 \cdot 3^x = 8100$

a) $\log_{\square} 36 = 2$ b) $\log_{\square} 1000 = 3$ c) $\log_{\square} 32 = 5$ d) $\log_{\square} 81 = 2$

Ein Kapital von 1000 € wird jedes Jahr verdoppelt (nur ein Gedankenspiel). Nach wie vielen Jahren sind es 64 000 €? Schreibe die Gleichung und löse sie mit dem Logarithmus.

AUFGABE 7



Berechne mit dem Zehnerlogarithmus (Taschenrechner, zwei Nachkommastellen).

- a) $\log_2 10$ b) $\log_3 50$ c) $\log_5 100$ d) $\log_2 1000$ e) $\log_7 2$

$$\frac{q}{z} \frac{6}{6} = z^q 601 \quad \text{d d l l}$$

AUFGABE 8



Zeichne mit einem Funktionsplotter $f(x) = \log_2 x$, $g(x) = \log_3 x$ und $h(x) = \lg x$.

- a) Welcher Punkt liegt auf allen drei Graphen? Warum?
b) Welcher Graph steigt am stärksten?
c) Zeichne $k(x) = \frac{\lg x}{\lg 3}$. Auf welchem Graphen liegt k ? Begründe mit dem Basiswechsel.

LÖSUNGEN

A1: a) 3 b) 5 c) 2 d) 2 e) 2 f) 3

A2: a) $\log_2 32 = 5$ b) $\log_3 81 = 4$ c) $\lg 1\,000\,000 = 6$ d) $\log_7 49 = 2$ e) $\log_2 \frac{1}{2} = -1$

A3: a) 4 b) -3 c) 0 d) 1 e) -3 f) 10

A4: a) 6 b) 3 c) 5 d) $2^x = 8, x = 3$ e) $3^x = 81, x = 4$

A5: a) 6 b) 10 c) 2 d) 9

A6: $1000 \cdot 2^x = 64\,000 \Rightarrow 2^x = 64 \Rightarrow x = \log_2 64 = 6$ Jahre.

A7: a) $\frac{\lg 10}{\lg 2} \approx 3,32$ b) $\frac{\lg 50}{\lg 3} \approx 3,56$ c) $\frac{\lg 100}{\lg 5} \approx 2,86$ d) $\frac{\lg 1000}{\lg 2} \approx 9,97$ e) $\frac{\lg 2}{\lg 7} \approx 0,36$

A8: a) $(1 \mid 0)$, denn $\log_b 1 = 0$ für jede Basis. b) f (Basis 2): Je kleiner die Basis (größer als 1), desto steiler. c) k liegt auf g , denn $\frac{\lg x}{\lg 3} = \log_3 x$.