

Nullstellen und die pq-Formel

MATHEMATIK • QUADRATISCHE FUNKTIONEN • HANDOUT UND ÜBUNG

Wo schneidet eine Parabel die x -Achse? Diese Stellen heißen **Nullstellen**. Dort ist $y = 0$.

1 NULLSTELLEN BERECHNEN

NULLSTELLEN

Setze $y = 0$ und löse die Gleichung nach x .
Eine Parabel hat **zwei**, **eine** oder **keine** Nullstelle.

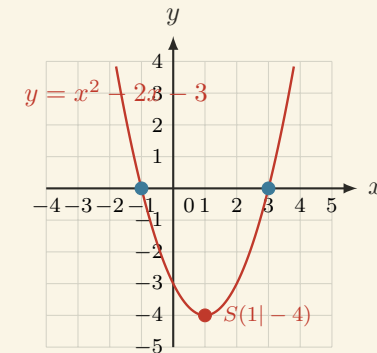
WURZEL ZIEHEN

$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$ oder $x = -2$.
 $(x - 1)^2 - 4 = 0 \Rightarrow x - 1 = \pm 2 \Rightarrow x = 3$ oder $x = -1$.

PQ-FORMEL

$x^2 + px + q = 0$ hat die Lösungen

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$



BEISPIEL

$x^2 - 2x - 3 = 0$: $p = -2$, $q = -3$. $-\frac{p}{2} = 1$. Unter der Wurzel: $1 + 3 = 4$, $\sqrt{4} = 2$. Also $x = 1 + 2 = 3$ oder $x = 1 - 2 = -1$.

WIE VIELE NULLSTELLEN? DIE DISKRIMINANTE $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$

positiv: **zwei** Nullstellen null: **eine** Nullstelle negativ: **keine** Nullstelle

Beispiel $x^2 + 2x + 5 = 0$: $1 - 5 = -4$, also keine Nullstelle.

TIPP Vorzeichen von p beachten: Bei $x^2 - 2x - 3$ ist $p = -2$, also $-\frac{p}{2} = +1$. Der Scheitelpunkt liegt immer in der Mitte zwischen den Nullstellen.

2 ÜBUNGEN

AUFGABE 1



Löse durch Wurzelziehen.

a) $x^2 - 9 = 0$ b) $x^2 - 25 = 0$ c) $(x - 2)^2 - 1 = 0$

AUFGABE 2



Berechne die Nullstellen mit der pq-Formel.

a) $x^2 + 2x - 8 = 0$ b) $x^2 - 6x + 5 = 0$ c) $x^2 + 4x + 4 = 0$

AUFGABE 3



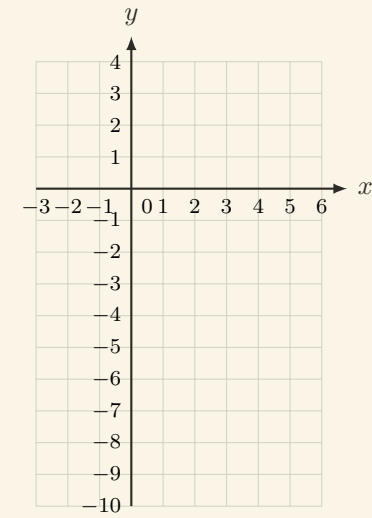
Wie viele Nullstellen hat die Parabel? Berechne nur den Term unter der Wurzel.

a) $y = x^2 + 2x + 5$ b) $y = x^2 - 4x + 4$ c) $y = x^2 - 3x - 4$

AUFGABE 4



Berechne die Nullstellen von $y = x^2 - 4x - 5$ und zeichne die Parabel. Wo liegt der Scheitelpunkt?



LÖSUNGEN

A1: a) $x = \pm 3$ b) $x = \pm 5$ c) $x - 2 = \pm 1$, also $x = 3$ oder $x = 1$.

A2: a) $p = 2, q = -8$: $-1 \pm \sqrt{1+8} = -1 \pm 3$, also $x = 2$ oder $x = -4$. b) $p = -6, q = 5$: $3 \pm \sqrt{9-5} = 3 \pm 2$, also $x = 5$ oder $x = 1$. c) $p = 4, q = 4$: $-2 \pm \sqrt{4-4} = -2$. Eine Nullstelle: $x = -2$.

A3: a) $1 - 5 = -4$: keine b) $4 - 4 = 0$: eine c) $\left(\frac{-3}{2}\right)^2 + 4 = 6,25$: zwei.

A4: $p = -4, q = -5$: $2 \pm \sqrt{4+5} = 2 \pm 3$, also $x = 5$ oder $x = -1$. Scheitelpunkt: $x = 2, y = 4 - 8 - 5 = -9$, also $S(2 | -9)$.