Extremwerte: Minimum und Maxim

MATHEMATIK • QUADRATISCHE FUNKTIONEN • HANDOUT UND ÜBUNG

Der **Scheitelpunkt** ist der tiefste oder der höchste Punkt einer Parabel. Seinen y-Wert nennt man **Extremwert**.

1 MINIMUM UND MAXIMUM

MINIMUM ODER MAXIMUM?

$a > 0$: Die Parabel ist nach oben geöffnet. Der Scheitelpunkt ist der tiefste Punkt: **Minimum**.
$a < 0$: Die Parabel ist nach unten geöffnet. Der Scheitelpunkt ist der höchste Punkt: **Maximum**.

Der Extremwert ist der **y-Wert** des Scheitelpunkts. Er wird bei $x = x_S$ angenommen.

BEISPIELE

$y = -(x-2)^2 + 3$: $S(2\,|\,3)$, $a = -1 < 0$. **Maximum** 3 bei $x = 2$. Alle y-Werte: $y \leq 3$.

$y = x^2 - 4x + 1 = (x-2)^2 - 3$: $S(2\,|\,-3)$, $a = 1 > 0$. **Minimum** -3 bei $x = 2$. Alle y-Werte: $y \geq -3$.

TIPP **Fehler:** Bei $y = (x-2)^2 - 3$ ist das Minimum **nicht** 2. Die 2 ist die x-Koordinate. Das Minimum ist der y-Wert: -3.

2 Übungen

Aufgabe 1

Gib Minimum oder Maximum an und bei welchem x es angenommen wird: a) $y = (x-4)^2+1$ b) $y = -2(x+1)^2+5$ c) $y = -(x-3)^2-2$

Aufgabe 2

Bestimme den Extremwert von $y = x^2 - 6x + 5$. Ergänze quadratisch.

AUFGABE 3

Lea sagt: „Die Parabel $y = (x+1)^2 - 4$ hat das Minimum -1.“ Was ist falsch? Gib das richtige Minimum an.

TIPP Welche Zahl ist die x-Koordinate, welche der y-Wert des Scheitelpunkts?

AUFGABE 4

Zusatz (kann entfallen): Welche y-Werte kommen bei $y = -x^2 + 4x - 1$ vor? Gib den Wertebereich an.

LÖSUNGEN

A1: a) Minimum 1 bei $x = 4$ b) Maximum 5 bei $x = -1$ c) Maximum -2 bei $x = 3$

A2: $y = (x-3)^2 - 9 + 5 = (x-3)^2 - 4$. Minimum -4 bei $x = 3$.

A3: Die -1 ist die x-Koordinate (Scheitelpunkt $S(-1\,|\,-4)$). Das Minimum ist der y-Wert: -4.

A4: $y = -(x^2 - 4x) - 1 = -((x-2)^2 - 4) - 1 = -(x-2)^2 + 3$. Maximum 3, also $y \leq 3$.