

Satz von Vieta

MATHEMATIK • QUADRATISCHE FUNKTIONEN • HANDOUT UND ÜBUNG

$x^2 - 5x + 6 = 0$ hat die Lösungen 2 und 3. Vergleiche: $2 + 3 = 5$ und $2 \cdot 3 = 6$. Die Zahlen 5 und 6 stehen auch in der Gleichung!

SATZ VON VIETA

Hat $x^2 + px + q = 0$ die Lösungen x_1 und x_2 , dann gilt:

$$x_1 + x_2 = -p \quad \text{und} \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

Begründung: $(x - x_1)(x - x_2) = x^2 - (x_1 + x_2) \cdot x + x_1 \cdot x_2$.

BEISPIEL

Lösungen raten: $x^2 + x - 12 = 0$. Gesucht: zwei Zahlen mit Produkt -12 und Summe -1 . $(-4) \cdot 3 = -12$, $-4 + 3 = -1$: $x_1 = -4$, $x_2 = 3$.

Gleichung aufstellen: Lösungen -2 und 5 : $p = -(-2 + 5) = -3$, $q = (-2) \cdot 5 = -10$: $x^2 - 3x - 10 = 0$.

TIPP Fehler: Die Summe ist $-p$, nicht p ! Bei $x^2 - 5x + 6 = 0$ ist $p = -5$, also $x_1 + x_2 = 5$.

ÜBUNGEN

AUFGABE 1



Rate die Lösungen mit dem Satz von Vieta.

a) $x^2 - 7x + 10 = 0$ **b)** $x^2 + 5x + 6 = 0$ **c)** $x^2 - 2x - 8 = 0$ **d)** $x^2 + 2x - 15 = 0$

AUFGABE 2



Stelle eine Gleichung $x^2 + px + q = 0$ mit den Lösungen auf. a) 1 und 4 b) -3 und 2 c) -1 und -6

Tipp Benutze $x \cdot 1_x = x$.

LÖSUNGEN

A1: a) 2 und 5 b) -2 und -3 c) 4 und -2 d) 3 und -5

A2: a) $x^2 - 5x + 4 = 0$ b) $x^2 + x - 6 = 0$ c) $x^2 + 7x + 6 = 0$

A3: $2 \cdot x_2 = 14$, also $x_2 = 7$ (Probe: $2 + 7 = 9 = -p$).

A4: $x_1 + x_2 = 6$, also $x_2 = 5$; $q = 1 \cdot 5 = 5$.