

Bedingte Wahrscheinlichkeit

MATHEMATIK • STOCHASTIK • HANDOUT UND ÜBUNG

Du wählst ein Kind aus der Klasse und siehst nur: Es ist ein Mädchen. Wie wahrscheinlich hat dieses Kind ein Fahrrad? Das ist eine **bedingte Wahrscheinlichkeit**. Die **Bedingung** ist: Das Kind ist ein Mädchen.

1 MIT DER VIERFELDERTAFEL

	Fahrrad	kein Fahrrad	Summe
Mädchen	5	7	12
Junge	6	2	8
Summe	11	9	20

NUR DIE ZEILE ODER SPALTE DER BEDINGUNG ANSEHEN

Bedingung Mädchen: Wir schauen nur auf die Zeile der Mädchen. 12 Mädchen, davon 5 mit Fahrrad.

$P(F | M) = \frac{5}{12} \approx 42\%$ (gesprochen: „P von F unter der Bedingung M“; der Strich | heißt „unter der Bedingung“).

Bedingung Fahrrad: Wir schauen nur auf die Spalte mit Fahrrad. 11 Kinder, davon 5 Mädchen.

$P(M | F) = \frac{5}{11} \approx 45\%$. Es gilt: $P(M | F) \neq P(F | M)$.

Formel: $P(F | M) = \frac{P(M \text{ und } F)}{P(M)} = \frac{5/20}{12/20} = \frac{5}{12}$. Oben: beide Merkmale. Unten: die Bedingung.

TIPP Fehler: Nicht durch alle 20 Kinder teilen! $\frac{5}{20}$ ist $P(M \text{ und } F)$. Bei $P(F | M)$ wissen wir schon, dass das Kind ein Mädchen ist. Darum teilen wir durch die Zahl der Mädchen: 12.

In einer Befragung von 40 Schülerinnen und Schülern steht: 22 sind Mädchen, 18 Jungen. 18 Kinder kommen mit dem Bus, davon sind 12 Mädchen.

Tipp Durch welche Zahl muss man teilen, wenn man schon weiß: Es ist ein Junge?

LÖSUNGEN

A1: Mädchen: Bus 12, kein Bus $22 - 12 = 10$, Summe 22. Jungen: Bus $18 - 12 = 6$, kein Bus $18 - 6 = 12$, Summe 18. Summen: Bus 18, kein Bus 22, gesamt 40.

A2: a) $\frac{12}{22} = \frac{6}{11} \approx 55\%$ b) $\frac{12}{18} = \frac{2}{3} \approx 67\%$ c) $\frac{6}{18} = \frac{1}{3} \approx 33\%$

A3: $\frac{6}{40}$ ist $P(\text{Junge und Bus})$. Bei der Bedingung „Junge“ teilen wir durch die Zahl der Jungen: $\frac{6}{18} = \frac{1}{3}$.

A4: Von den Mädchen kommen 55 % mit dem Bus, von den Jungen nur 33 %. Mädchen fahren in dieser Befragung öfter mit dem Bus. Formel: $P(\text{M und Bus}) = \frac{12}{40}$, $P(\text{Bus}) = \frac{18}{40}$, also $P(\text{Mädchen} \mid \text{Bus}) = \frac{12/40}{18/40} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$.