

Gesetz der großen Zahlen

MATHEMATIK • STOCHASTIK • HANDOUT UND ÜBUNG

Du wirfst einen Würfel 10-mal und bekommst 4 Sechsen. Die **relative Häufigkeit** ist $\frac{4}{10} = 0,4$. Die **Wahrscheinlichkeit** für eine Sechs ist aber nur $\frac{1}{6} \approx 0,17$. Ist der Würfel kaputt? Nein! Bei wenigen Würfeln spielt der Zufall eine große Rolle.

Würfe	10	50	100	500	1000
Sechsen	4	11	19	87	168
relative Häufigkeit	0,4	0,22	0,19	0,174	0,168

GESETZ DER GROßEN ZAHLEN

Je **öfter** man einen Versuch wiederholt, desto näher liegt die **relative Häufigkeit** bei der **Wahrscheinlichkeit**.

Kennt man die Wahrscheinlichkeit nicht, kann man sie so **schätzen**: Eine Reißzwecke fällt bei 1000 Würfeln 620-mal auf den Rücken. Also ist $P(\text{Rücken}) \approx 0,62$.

TIPP **Fehler:** Bei 600 Würfeln kommen nicht **genau** 100 Sechsen. Es können auch 97 oder 105 sein. Die genaue Anzahl ist Zufall.

ÜBUNGEN

AUFGABE 1



Eine Münze wird 200-mal geworfen, 112-mal liegt Kopf oben. Berechne die relative Häufigkeit. Passt sie zur Wahrscheinlichkeit 0,5?

AUFGABE 2



Ein Würfel wird 300-mal geworfen. Wie viele Sechsen erwartest du ungefähr? Kommen genau so viele?

Berechne jeweils die relative Häufigkeit. Schätze $P(\text{oben})$. Welcher Wert ist die beste Schätzung?

TIPP Je mehr Würfel zusammenkommen, desto näher an 0,5.

LÖSUNGEN

A1: $\frac{112}{200} = 0,56$. Das liegt nahe bei 0,5.

A2: Ungefähr $300 \cdot \frac{1}{6} = 50$ Sechsen. Meistens nicht genau 50 – die genaue Anzahl ist Zufall.

A3: $\frac{13}{20} = 0,65$; $\frac{58}{100} = 0,58$; $\frac{281}{500} = 0,562$. Beste Schätzung: $P(\text{oben}) \approx 0,56$ (die meisten Würfe).

A4: Bei 20 Würfeln schwankt das Ergebnis stark. Alle Würfe der Klasse zusammen liegen nahe bei 0,5.