

Stochastische Unabhängigkeit

MATHEMATIK • STOCHASTIK • HANDOUT UND ÜBUNG

40 Kinder, 12 tragen eine Brille. Hängt die Brille davon ab, ob das Kind ein Mädchen oder ein Junge ist?

	Brille	keine Brille	Summe
Mädchen	6	14	20
Junge	6	14	20
Summe	12	28	40

UNABHÄNGIG

$P(B) = \frac{12}{40} = 30\%$ und $P(B | M) = \frac{6}{20} = 30\%$. Die Bedingung „Mädchen“ ändert nichts: **unabhängig**.

Allgemein: A und B sind unabhängig, wenn $P(B | A) = P(B)$ oder $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

Probe: $P(M \cap B) = \frac{6}{40} = 0,15$ und $P(M) \cdot P(B) = 0,5 \cdot 0,3 = 0,15$ ✓

TIPP **Fehler:** Eine Münze zeigt fünfmal Kopf. Kommt jetzt eher Zahl? **Nein!** Die Würfe sind unabhängig, $P(\text{Zahl}) = \frac{1}{2}$.

ÜBUNGEN

AUFGABE 1



50 Kinder: 30 Mädchen, davon 12 mit Hund; 20 Jungen, davon 8 mit Hund. Erstelle die Vierfeldertafel. Sind „Hund“ und „Mädchen“ unabhängig?

AUFGABE 2



In einer Klasse kommen von 12 Mädchen 5 mit dem Fahrrad, von 8 Jungen 6. Berechne $P(F)$ und $P(F | M)$. Abhängig oder unabhängig?

Tipp Die beiden Würfe beeinflussen sich nicht.

LÖSUNGEN

A1: Mädchen: 12 | 18 | 30; Jungen: 8 | 12 | 20; Summe: 20 | 30 | 50. $P(H) = \frac{20}{50} = 40\%$, $P(H | M) = \frac{12}{30} = 40\%$: unabhängig.

A2: $P(F) = \frac{11}{20} = 55\%$, $P(F | M) = \frac{5}{12} \approx 42\%$: abhängig.

A3: $P(A \cap B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$.

A4: $P(S) = \frac{24}{60} = 40\%$. Bei 30 Mädchen also 12 mit Sport. Mädchen: 12 | 18 | 30; Jungen: 12 | 18 | 30; Summe: 24 | 36 | 60.